

臺灣警察專科學校 108 學年度專科警員班第 38 期正期學生組新生入學考試甲組數學科試題

壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：_____

- 空間中一點 $P(2, -3, 4)$ 到下列何者距離最遠？
(A) x 軸 (B) y 軸 (C) 平面 $x + 2y + z = 1$ (D) 點 $(4, 2, 3)$ 。
- 下列何者不是 $f(x) = (3x - 1)^2(x + 1)^3$ 的因式？
(A) $3x - 1$ (B) $2x + 2$ (C) $(3x - 1)^2$ (D) $2x - 1$ 。
- $x^2 + k$ 與 $x^2 - 4x - k$ 有一次公因式，則 k 值為何？
(A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1。
- $|x + 5| + |x - 3|$ 的最小值為何？
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8。
- 已知 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 且 θ 為第二象限角，則 $\sin 2\theta$ 為何？
(A) $\frac{24}{25}$ (B) $-\frac{24}{25}$ (C) $-\frac{8}{5}$ (D) $\frac{8}{5}$ 。
- 若 $\log_3 x + \log_3 x^3 = 12$ ，則 x 的值為何？
(A) 81 (B) 27 (C) -27 (D) -81。
- 函數 $f(x) = 32^{(3x+2)^2 + \frac{2}{5}}$ ，則 $f(x)$ 的最小值為何？
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8。
- 設 a, b 為正實數且 $2a + b = 8$ ，則 ab 的最大值為何？
(A) 16 (B) 12 (C) 8 (D) 4。
- 若 35^{100} 為 155 位數，則 35^{18} 為幾位數？
(A) 28 (B) 27 (C) 26 (D) 25。
- 7 男 6 女排一列而坐且男女相間，則坐法共有幾種？
(A) $7!6!2!$ (B) $7!6!$ (C) $7!2!$ (D) $6!6!2!$ 。
- 將 7 個相同的球放入 4 個不同的箱子，共有幾種放法？
(A) 420 (B) 210 (C) 70 (D) 35。
- 袋中有 3 白球，4 黑球，5 紅球，從中一次取 2 球，則此兩球同色的機率為何？
(A) $\frac{19}{66}$ (B) $\frac{17}{66}$ (C) $\frac{17}{55}$ (D) $\frac{19}{55}$ 。
- $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\overline{AC} = 4$ ，則外接圓半徑為何？
(A) 4 (B) $4\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$ 。

14. 已知 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 則 \vec{a}, \vec{b} 夾角為何?
 (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 135° 。
15. 若 $\vec{a} = (2, t)$, $\vec{b} = (-3, 6)$ 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 則 t 值為何?
 (A) -1 (B) 1 (C) -3 (D) 0。
16. 若 $\vec{a} = (-1, 1)$, $\vec{b} = (7, -1)$, 則下列何者為 \vec{a}, \vec{b} 的角平分向量?
 (A) $(6, 0)$ (B) $(0, -1)$ (C) $(-3, 3)$ (D) $(1, 2)$ 。
17. 設直線 $3x + 4y = 10$ 為圓 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$ 的切線, 則此圓半徑 r 為何?
 (A) 15 (B) 5 (C) 3 (D) 1。
18. 試求空間中通過 $(1, 2, 3)$, $(2, 0, -2)$, $(4, 2, 0)$ 三點的平面方程式。
 (A) $x + y + z = 1$ (B) $x - 2y + z = 0$ (C) $4x - y + 2z = 2$ (D) $2z + y - z = 1$ 。
19. 下列何者為平面 $x - y + z = 1$ 與平面 $x + 2y - 3z = 2$ 的交線之方向向量?
 (A) $(-1, -4, -3)$ (B) $(1, -4, 3)$ (C) $(1, -4, -3)$ (D) $(1, 4, -3)$ 。
20. $y = \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta - 3$ 的最大值為何?
 (A) -1 (B) 1 (C) -3 (D) -6。
21. 空間中三點 $(0, 0, 0)$, $(2, -2, 1)$, $(1, 1, 2)$ 所圍成的三角形面積為何?
 (A) $\sqrt{17}$ (B) $\sqrt{34}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{26}$ 。
22. 設 $L: 3x - 4y = 0$, 將 L 對直線 $x - y = 0$ 鏡射得 L' , 則 L' 的方程式為何?
 (A) $3x + 4y = 0$ (B) $4x + 3y = 0$ (C) $4x - 3y = 0$ (D) $4x - y = 0$ 。
23. 已知 $z = 1 + i$, 則 \bar{z} 的主幅角為何?
 (A) 45° (B) 135° (C) 225° (D) 315° 。
24. 設 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 6x - 3$ 且 $g(x) = f(f(x))$, 則 $g(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為何?
 (A) 15 (B) 12 (C) 9 (D) 6。
25. 已知 $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^2$, 則下列何者為 $f'(0)$ 的值?
 (A) 12 (B) -12 (C) 4 (D) -4。
26. 連續投擲一公正骰子 5 次, 以隨機變數 X 表示出現點數 1 的次數, 求 X 的期望值。
 (A) $\frac{25}{36}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{1}{6}$ 。
27. 已知 $f(x) = \int_0^x (4t^2 - t - 2)dt$, 下列何者為 $f'(1)$ 的值?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -1。
28. 在 $y = x^2 - 3x + 2$ 圖形上以 $P(2, 0)$ 為切點的切線方程式為何?
 (A) $x + y = 2$ (B) $x + 2y = 2$ (C) $2x - y = 4$ (D) $x - y = 2$ 。

29. $f(x) = (x-4)^3$ 在 $[2, 6]$ 與 x 軸所圍成的區域面積為何?

- (A) 4 (B) 2 (C) 0 (D) 8。

30. 下列何者為多項式 $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$ 反曲點的 x 坐標?

- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的，每題皆不倒扣，5 個選項全部答對得該題全部分數，只錯 1 個選項可得一半分數，錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 已知 A, B 為兩轉移矩陣，則下列哪些矩陣也是轉移矩陣?

- (A) AB (B) $A+B$ (C) B^2 (D) A^2+B^2 (E) B^2A^3 。

32. 已知方程式 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 9 = 0$ 的圖形為一圓，下列哪些是 k 可能的值?

- (A) 5 (B) 2 (C) -2 (D) -5 (E) -8。

33. 下面哪些向量關係式可保證 A, B, C 三點共線?

- (A) $\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = 0$ (B) $5\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OC}$ (C) $4\overrightarrow{OA} = 3\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
(D) $\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OC}$ (E) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 0$

34. 設 P 為圓 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ 上一點，則 P 到直線 $2x + y + 5 = 0$ 的距離可以是下列何者?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8。

35. 下列何者可能為方程式 $x^3 = 8$ 的解?

- (A) $-1 - \sqrt{3}i$ (B) $1 + \sqrt{3}i$ (C) $-1 + \sqrt{3}i$ (D) $1 - \sqrt{3}i$ (E) 2。

36. 下列哪些函數的週期是 2π ?

- (A) $y = -\cos x$ (B) $y = 3\sin x$ (C) $y = \tan 2x$ (D) $y = 5\sec x$ (E) $y = \cos 2x$ 。

37. 已知無窮等比級數 $1 + (x+3) + (x+3)^2 + \dots$ 收斂， x 的值可能為下列何者?

- (A) $-\frac{5}{2}$ (B) $-\pi$ (C) 0 (D) -2 (E) -1。

38. 下列哪些無窮數列收斂且極限為 0?

- (A) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ (B) $a_n = (-1)^n$ (C) $a_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$ (D) $a_n = \frac{n^2 - 2n + 1}{2n^2 - 4}$ (E) $a_n = \frac{n-1}{2n^2 - 1}$ 。

39. 三角形 ABC 在經過下列哪個矩陣線性變換後其面積不變?

- (A) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix}$ 。

40. 下列哪些函數的極限不存在?

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$ (B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|}$ (C) $\lim_{x \rightarrow 1} [x]$ (D) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x+1}{2x-1}$ (E) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} x[x]$ 。